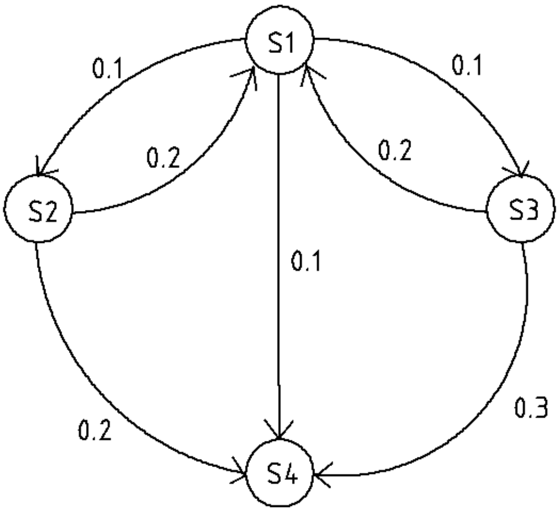
Задачи 2 к курсу статистической радиофизики

Задача 1.

Пусть имеется система, изображенная на рисунке. Состояние S_1 соответствует полностью исправной системе, а состояние S_4 окончательно вышедшей из строя. Вероятности переходов подписаны рядом со стрелками переходов. Начальное состояние характеризуется распределением $\boldsymbol{\pi}(0) = (1,0,0,0)^T$. Требуется найти $\boldsymbol{\pi}(1),\ \boldsymbol{\pi}(2),\ \boldsymbol{\pi}(3)$. Каково распределение $\boldsymbol{\pi}(\infty)$?



Задача 2.

Система может находиться в двух состояниях, S_1 и S_2 . Возможен как переход $S_1 \to S_2$ с вероятностью $p_{12} = \alpha\, dt$ за время dt , так и переход $S_2 \to S_1$ с вероятностью $p_{21} = \beta\, dt$ за время dt . Найти вероятности состояний $p_1(t)$ и $p_2(t)$, если $p_1(0) = 1$. Найти стационарные значения.

Задача 3.

Найти решение уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова

$$\frac{\partial W(t,x;\tau,y)}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial y}\left[a(\tau,y)W(t,x;\tau,y)\right] - \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\left[b(\tau,y)W(t,x;\tau,y)\right] = 0$$

в стационарном режиме при $\frac{\partial W}{\partial \tau} = 0$.

Методическое указание: задаться граничным условием

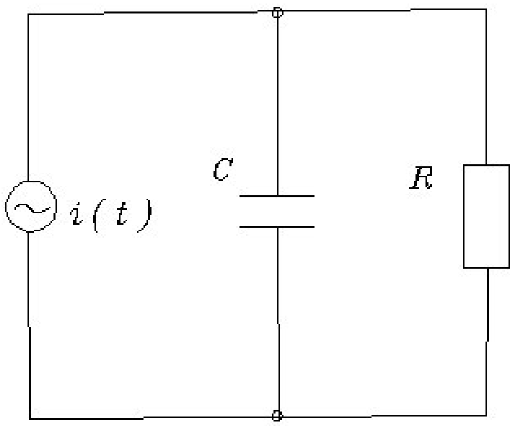
$$aW - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial y}[bW]\bigg|_{y=\pm\infty} = 0 \ .$$

Задача 4.

Уравнение колебаний в параллельном RC-фильтре

$$\dot{q} + \frac{q}{RC} = i(t) ,$$

где q - заряд на обкладках конденсатора. Рассматривая фильтр как линейную систему для которой $i(t)$ входной сигнал, а $q(t)$ - выходной, определить коэффициент передачи $K(\omega)$ и резонансную кривую $|K(\omega)|^2$.



Справочные сведения из теории дифференциальных уравнений

Решение ДУ первого порядка

$$y'(x) = f(x)\, y(x) + g(x)$$

с начальным условием

$$y(x_0) = y_0$$

можно записать в виде

$$y(x) = R(x)\left(\int_{x_0}^{x} \frac{g(s)}{R(s)} ds + y_0\right) ,$$

где

$$R(x) = \exp\left(\int f(x)\, dx\right) .$$